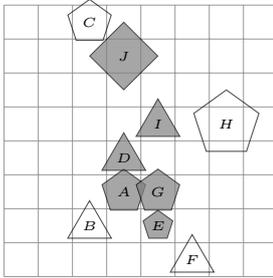


**Exercice 1 (Évaluation de formules)**

Soit l'ensemble de figures représentées sur la grille ci-dessous. Le pentagone E est une *petite* figure. Les figures H et J sont de *grandes* figures. Toutes les autres sont des figures de taille *moyenne*. Indiquez pour chaque formule ci-dessous si elle est vraie pour x et y interprétées sur l'ensemble des figures ci-dessous. Par exemple $\text{pluspetite}(x, y)$ se lit " x est une figure strictement plus petite que y ".



1. $\text{triangle}(C)$
2. $\text{pentagone}(F) \implies \text{cercle}(H)$
3. $\exists x. \neg \text{triangle}(x)$
4. $\forall x. \exists y. \text{pluspetite}(x, y)$
5. $\forall x. \exists y. \text{a_gauche}(x, y)$
6. $\exists x. \forall y. (y \neq x \implies \text{a_droite}(x, y))$
7. $\exists x. \forall y. \neg \text{pluspetite}(x, y)$
8. $\forall x. (\text{pentagone}(x) \implies \exists y. (\text{triangle}(y) \wedge \text{a_droite}(x, y)))$

**Exercice 2 (Quantification)**

1. Écrire une formule équivalente à $\exists x. p(x)$ sans quantificateur pour x à valeur dans $\{a, b, c\}$. Faire de même avec la formule $\forall x. p(x)$.
2. On considère maintenant que x est à valeurs dans un ensemble infini. Quel est le rôle des quantificateurs ?



Exercice 3 (Formaliser)

On souhaite modéliser différentes contraintes pour la réalisation d'équipes pour un tournoi sportif. On se donne les prédicats suivants :

$\text{meme_club}(x,y)$	x et y sont licenciés dans le même club sportif
$\text{equipe}(x, y)$	x et y appartiennent à la même équipe
$\text{femme}(x)$	si x est une femme
$x = y$	si x et y sont la même personne
$x \neq y$	si x et y sont deux personnes distinctes

Exprimer les contraintes suivantes en logique des prédicats :

1. La relation `equipe` est (a) symétrique, (b) transitive et (c) irreflexive
2. Tout joueur est l'équipier d'au moins un autre joueur
3. Les équipes sont constitués de joueurs du même club
4. Toute équipe est mixte
5. Un équipe est constituée d'au moins trois joueurs



Exercice 4 (Requêtes)

On considère la base de données constituée des relations suivantes :

- `produit(idp, description)`
- `client(idc, nom)`
- `vente(idp, idc)`

Exprimer les requêtes suivantes en logique des prédicats en utilisant les relations ci-dessus.

1. `nom_client(nom)` qui est satisfaite si `nom` est un nom de client
2. `ventes_shampooing(nom)` qui est satisfaite si `nom` est le nom d'un client qui a acheté du shampooing
3. `invendu(description)` qui est satisfaite si `description` est un produit invendu



Exercice 5 (Satisfaisabilité et validité)

Pour chaque formule ci-dessous, donner sa structure, ses occurrences libres et ses occurrences liées. Indiquer celles qui sont satisfaisables, valides ou insatisfaisables.

1. $(\forall x. \neg p(x)) \vee (\exists x. p(x))$
2. $p(x) \implies (\forall x. p(x))$
3. $(\exists x. p(x)) \implies p(z)$
4. $\forall x. \forall y. (p(x) \iff \neg p(y))$
5. $(\forall x. \exists y. p(x, y)) \implies (\exists y. \forall x. p(x, y))$
6. $(\forall x. p(x) \wedge q(x)) \iff (\forall x. p(x)) \wedge (\forall x. q(x))$
7. $(\forall x. p(x)) \vee (\forall x. q(x)) \implies (\forall x. p(x) \vee q(x))$
8. $(\forall x. p(x) \vee q(x)) \implies (\forall x. p(x)) \vee (\forall x. q(x))$
9. $(\exists x. p(x) \wedge q(x)) \implies (\exists x. p(x)) \wedge (\exists x. q(x))$
10. $(\exists x. p(x)) \wedge (\exists x. q(x)) \implies \exists x. (p(x) \wedge q(x))$
11. $(\exists x. p(x) \vee q(x)) \iff (\exists x. p(x)) \vee (\exists x. q(x))$

◆