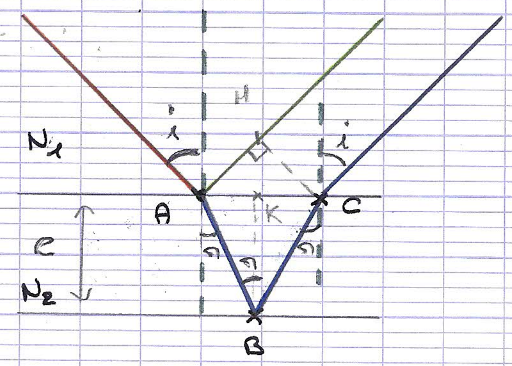
Les ondes lumineuses

Exercice 2



CH est la trace d'un plan d'onde Σ_1 de la 1ère onde ($\perp AR_1$) mais c'est la trace d'un plan d'onde Σ_2 de la seconde. ($\perp CR_2$)

Même si Σ_1 et Σ_2 sont confondus géométriquement ils présentent une différence de phase φ qui résulte du fait que le chemin optique ~~Σ_1 et Σ_2~~ δ_2 diffère du chemin optique δ_1.
On cherche $\delta_2 - \delta_1$

$$\delta_{2/1} = \delta_2 - \delta_1 = \overline{ABC} - \overline{AH} = \delta_{AC} - \delta_{AH}$$

$$\Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}\,\delta_{2/1}$$

$$\delta_2 = 2\,\delta_{AB} = 2N_2\,AB = 2N_2\,\frac{e}{\cos r}$$

$$\delta_1 = \delta_{AH} = N_1\,AH = N_1\,AC\sin i \qquad \text{or } AC = 2e\tan r$$

$$= 2N_1 e \tan r \sin i$$

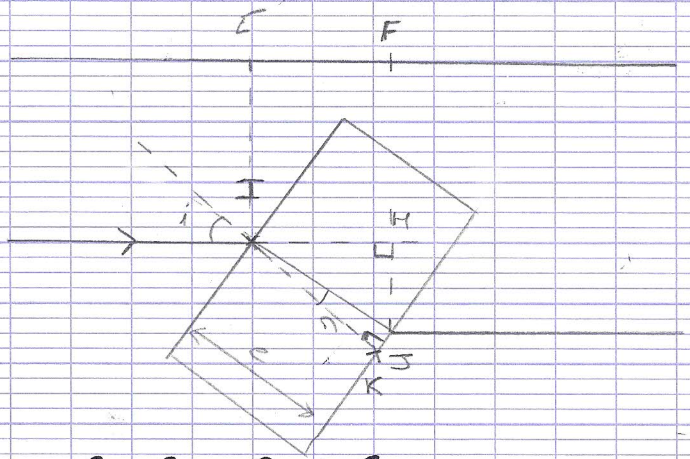
$$= 2N_1 e\,\frac{\sin r \sin i}{\cos r} \qquad \text{or } N_1 \sin i = N_2 \sin r$$

$$= 2N_2 e\,\frac{\sin^2 r}{\cos r}$$

$$\delta_{2/1} = 2N_2 e\left(\frac{1}{\cos r} - \frac{\sin^2 r}{\cos r}\right)$$

$$= \underline{2N_2 e \cos r.}$$

La théorie électromagnétique établit que, lors de la réflexion sur un dioptre séparant 2 milieux parfaitement transparents, il y a changement de signe pour le champ électrique si l'indice du second est supérieur au premier $N_2 > N_1$ (Rien dans le cas contraire). Un changement de signe équivaut à un déphasage qui vaut π ie une addition $\frac{\lambda_0}{2}$.



$$\delta_{2/1} = \delta_2 - \delta_1 = \delta_{IJ} - \delta_{EF}$$

$$\delta_2 = \delta_{IJ} = N_2 IJ = N_2 \frac{e}{\cos r}$$

$$\delta_{EF} = N_1 EF = N_1 IH = N_1 IJ \cos(i-r)$$

$$= N_1 e \frac{\cos(i-r)}{\cos r} = N_1 e \frac{\cos i \cos r + \sin i \sin r}{\cos r}$$

$$= N_1 e \cos i + N_1 e \frac{\sin i \sin r}{\cos r} \quad \text{or } N_1 \sin i = N_2 \sin r$$

$$= N_1 e \cos i + N_2 e \frac{\sin^2 r}{\cos r}$$

$$\delta_{2/1} = \delta_2 - \delta_1 = N_2 \frac{e}{\cos r} - N_2 e \frac{\sin^2 r}{\cos r} - N_1 e \cos i$$

$$= e\,(N_2 \cos r - N_1 \cos i)$$

Onde 1 $\quad \Psi_1(\vec{r},t) = A\cos(\omega t - \varphi_1(\vec{r})) = A\cos\Phi(\vec{r},t)$

2 $\quad \Psi_2(\vec{r},t) = A\cos(\omega t - \varphi_2(\vec{r})) = A\cos\Phi(\vec{r},t)$

$$\Delta\Phi = \Phi(\vec{r},t) - \Phi(\vec{r},t) = \omega t - \varphi_2(\vec{r}) - (\omega t - \varphi_1(\vec{r}))$$

$$= \varphi_1(\vec{r}) - \varphi_2(\vec{r}) = -\Delta\varphi$$

$\Rightarrow \Delta\Phi = -\Delta\varphi$

Dispositif 1 $\quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}(\delta_2 - \delta_1) = \frac{2\pi}{\lambda_0}\left(2N_2 e\cos r + \frac{\lambda_0}{2}\right)$

$\Delta\Phi < 0 \Rightarrow \Phi_1(\vec{r},t) > \Phi_2(r,t) \rightarrow$ onde 1 en avance

$\Delta\varphi = \varphi_2(\vec{r}) - \varphi(\vec{r}) > 0$

$= \varphi_2(\vec{r}) > \varphi_1(\vec{r})$ onde 1 en avance

Dispositif 2 $\quad \Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0}[N_2\cos r - N_1\cos i]$

- $N_2 > N_1$ alors $i > r \Rightarrow \cos i < \cos r$
  $\Rightarrow \underline{\delta > 0}$ 1 en avance
- $N_2 < N_1$ alors $i \cancel{>} r \Rightarrow \cos i > \cos r \Rightarrow \underline{\delta < 0}$
  2 en avance

$i = 45°$ $\quad N_1 = 1$ $\quad N_2 = 1{,}5$

$N_2 \sin r = N_1 \sin i \Leftrightarrow \sin O = \frac{N_1}{N_2}\sin i$

$= \frac{1}{1{,}5} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{3}$, $r = 28{,}1°$

$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} e(N_2\cos r - N_1 \sin i)$

$\cancel{\frac{2\pi}{\lambda} e}$

$d(\Delta\varphi) = \frac{2\pi}{\lambda}(e(N_2\, d(\cos r) - N_1\, d(\cos i))$

$= \frac{2\pi}{\lambda}(e(N_1 \sin i - N_2 \sin r)$ $\quad$ or $N_1 \sin i = N_2 \sin r$

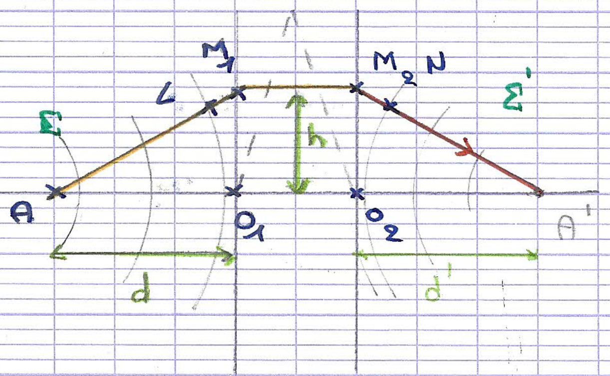
$\Rightarrow N_1 \cos i\, di = N_2 \cos r\, dr$

$\Rightarrow dr = \dfrac{N_1 \cos i}{N_2 \cos r} di$

$d(\Delta\varphi) = \dfrac{2\pi}{\lambda} e \left(N_1 \sin i - \dfrac{N_1 \sin r \cos i}{\cos r} \right)$

$= \dfrac{2\pi}{\lambda} e N_1 \dfrac{\sin i \cos r - \sin r \cos i}{\cos r} di$

Exercice 4



1) Émission à partir de A d'une onde sphérique divergente → tous les points de la sphère de centre A et de rayon $AO_1 = d$ sont équiphases → $\delta_{AL} = \delta_{AO_1}$

$\varphi(M_1) - \varphi(O_1) = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}(\delta_{AM_1} - \delta_{AO_1}) = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}(\cancel{\delta_{AL}} + \delta_{LM_1} - \cancel{\delta_{AO_1}})$

$= \dfrac{2\pi}{\lambda_0}\delta_{LM_1}$

ici $n \simeq 1 \Rightarrow \delta_{LM_1} = LM_1 = AM_1 - AL = AM_1 - d$

et $AM_1^2 = d^2 + h^2 = d^2(1 + (h/d)^2)$

$\Rightarrow AM_1 = d(1 + (h/d)^2)^{1/2} \simeq d(1 + h^2/2d^2) \simeq d + \dfrac{h^2}{2d}$

donc $\delta_{LM_1} = AM_1 - d = d + \dfrac{h^2}{2d} - d$.

$\Rightarrow \delta_{LM_1} = \dfrac{h^2}{2d} \Rightarrow \varphi(M_1) - \varphi(O_1) = \dfrac{2\pi}{\lambda}\dfrac{h^2}{2d}$

$\varphi(M_2) - \varphi(M_1) = \dfrac{2\pi}{\lambda}(\delta_{AM_2} - \delta_{AO_2}) = \dfrac{2\pi}{\lambda_0}[(\delta_{AL} + \delta_{LM_1} + \delta_{M_1M_2})$

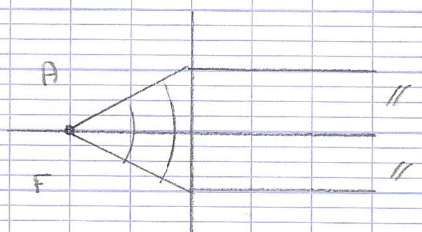
$- (\delta_{AO_1} + \delta_{O_1O_2})] = \frac{2\pi}{\lambda_0} [\delta_{LM_1} + \delta_{M_1M_2} + \delta_{O_1O_2}]$

$= \frac{2\pi}{\lambda_0} \left[\frac{h^2}{2d} + \delta_0 - \frac{c}{2} h^2 - \delta_0 \right]$

$\Rightarrow \boxed{\varphi(M_2) - \varphi(O_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{h^2}{2} \left[\frac{1}{d} - c \right]}$

2) Pour que l'onde qui sort de la lentille soit une onde plane uniforme plan (Ox) de fait que M_2 et O_2 soient équiphases $\Rightarrow \varphi(M_2) - \varphi(O_2) = 0$

$\Rightarrow c = \frac{1}{d}$



On identifie $d = f'$.

$c = \frac{1}{f'}$

3) On souhaite que Σ' soit une onde sphérique convergente vers A', donc les points N et O_2 tel que $A'N = A'O_2 = d'$ soient équiphases.

$\Rightarrow \varphi(N) - \varphi(O_2) = 0$

$\frac{h^2}{2d'}$

$\varphi(N) - \varphi(O_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} [\delta_{AN} - \delta_{AO_2}] = \frac{2\pi}{\lambda_0} [(\cancel{\delta_{AL}} + \delta_{LM_1} + \delta_{M_1M_2} + \delta_{M_2N}) - (\cancel{\delta_{AO_1}} + \delta_{O_1O_2})]$

$\varphi(N) - \varphi(O_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \left[\frac{h^2}{2d} + \delta_0 - \frac{ch^2}{2} + \frac{h^2}{2d'} - \delta_0 \right]$

$\varphi(N) - \varphi(O_2) = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{h^2}{2} \left(\frac{1}{d} + \frac{1}{d'} - c \right)$

$\Rightarrow \varphi(N) - \varphi(O_2) = 0 \Rightarrow \frac{1}{d} + \frac{1}{d'} - c = 0$

on a $\frac{1}{OA'} - \frac{1}{OA} = \frac{1}{f'}$

Rappel : Angle solide

Par définition $\Omega = \frac{S}{R^2}$ où S est la surface de la projection de l'objet sur une sphère de rayon R (Analogie d'un angle, où $\theta = \frac{l}{R}$ avec l la longueur de l'arc).

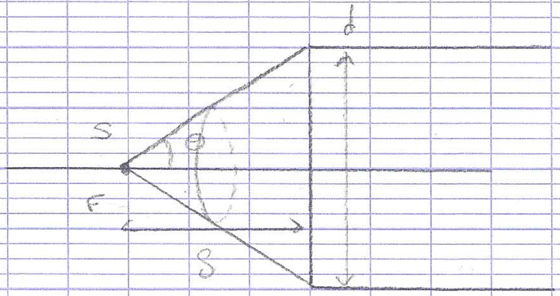
$$\begin{cases} \Omega_{sp} = 4\pi \\ \Omega_{demi\ sp} = 2\pi \\ \Omega_{cone} = 2\pi(1-\cos\alpha) \end{cases} \qquad \int_0^{\alpha} \frac{dS}{R^2}$$

Exercice 7

1) $P = IS$ et S étant la surface occupée par l'onde $\Rightarrow S = 4\pi R_0^2$

$$I_0 = \frac{P}{4\pi R_0^2} = \frac{100}{4\pi} = \frac{25}{\pi} \ W.m^{-2}$$
$$\simeq 7,96 \ W.m^{-2}$$

2)



$$P_{collectée} = \frac{\Omega}{4\pi} P_t = \frac{2\pi(1-\cos\theta)}{4\pi} P_T$$

$$\tan\theta = \frac{d}{28} = \frac{1}{8} \Rightarrow \theta = 7,125^\circ$$

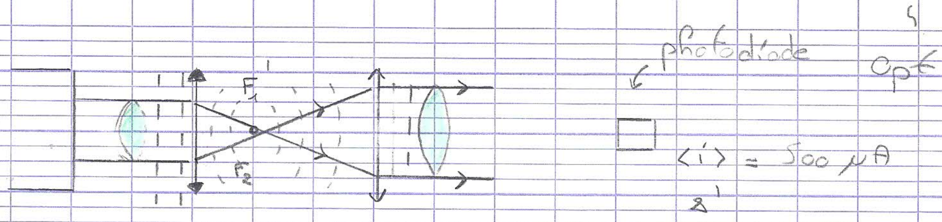
$\cos\theta =$

$P_{collectée} = 3,9 \cdot 10^{-3}$ W.

onde plane donc ~~p~~ pas d'influence de la distance

$$I = \frac{P_{collectée}}{S_{lentille}} = \frac{4P}{\pi d^2} = 7,95 \ W.m^{-2}$$

Exercice 6



1) $S_2 = 5\, S_1$ $\quad \begin{cases} \omega = 2\pi c/\lambda_0 = 3,67 \cdot 10^{15}\ \text{rad.s}^{-1} \\ k = 2\pi/\lambda_0 = 1,22 \cdot 10^{7}\ \text{m}^{-1} \end{cases}$

2) Avant L_1 : $\vec{E}(r,t) = \vec{E}_0\, e^{j(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}$ onde plane

Entre L_1 et F : $\vec{E}(r,t) = \dfrac{E_1}{r}\, e^{j(\omega t + kr)}$ sphérique convergente

Entre F et L_2 : $\vec{E}(r,t) = \dfrac{E_1}{r}\, e^{j(\omega t - kr)}$ divergente

Après L_2 : $\vec{E}(r,t) = E_2\, e^{j(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}$ plane

3) On cherche l'intensité de l'onde plane à la sortie du laser.

$$I_2 = \frac{1}{K S'} \langle i \rangle = 1\,000\ \text{W.m}^{-2}$$

$P_2 = I_2 S_2$ avec $S_2 = \pi r_2^2$ comme le système est sans perte, c'est aussi la puissance du laser.

$$P = I_1 S_1 = I_2 S_2$$

$\Rightarrow I_1 = I_2 \left(S_2/S_1 \right)$

or $\dfrac{R_2}{R_1} = \dfrac{S_2}{S_1} = 5$ (Thalès)

Comme $I_1 = I_2 \dfrac{S_2}{S_1} = I_2 \dfrac{\pi R_2^2}{\pi R_1^2}$ $= 25\ 000\ \text{W/m}^2$

$$= I_2 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = 25\, I_2$$

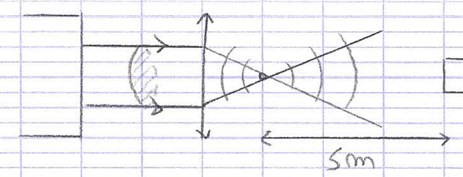
On cherche E_0 : $I_1 = \langle \vec{S}(M,t)\rangle_\tau = nc\varepsilon_0 \langle E^2\rangle_\tau$

ici $\tau = 10^{-6}$ s $\Rightarrow \tau \gg T = \frac{2\pi}{\omega}$

$$\Rightarrow \langle E^2\rangle_\tau = \frac{E_0^2}{2} \rightarrow I_1 = nc\varepsilon_0 \frac{E_0^2}{2} \Rightarrow E_0 = \sqrt{\frac{2I_1}{nc\varepsilon_0}}$$

$$\Rightarrow E_0 = 4\,341 \text{ V.m}^{-1}$$

4) $P = I_1 s_1 = 25 . 10^{3} \times 10^{-6} = 25$ mV



5) <u>1ère méthode</u>

Champ après L_1 : $E_1(r) = \frac{E_1}{r} e^{j(\omega t + kr)}$

avec $\frac{E_1}{\delta_1} = E_0$ car la surface de l'onde est la même de part et d'autre de la lentille au voisinage de L_1

Après F : $E(r) = E_1/r \, e^{j(\omega t - kr)} = \frac{\delta_1 E_0}{r} e^{j(\omega t - kr)}$

Amplitude à la distance r

$$A(r) = \frac{\delta_1 E_0}{r}$$

$$A(r = 5m) = \frac{10^{-2}}{5} \times E_0 = 2.10^{-3} \times E_0 = 2.10^{-3} \times 4341$$

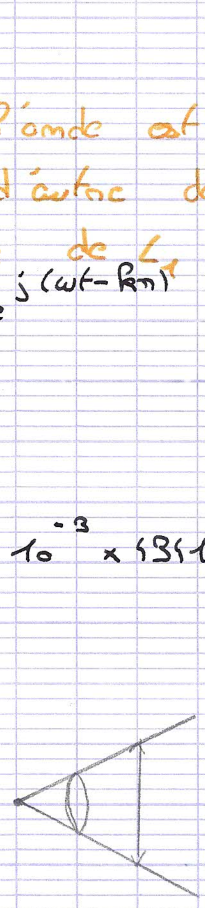
$$= 8,682 \text{ V.m}^{-1}$$

<u>2ème méthode</u> :

Rappel, ex n°7

$P_{collecté} = \frac{\Omega}{4\pi} P_1$

$\Rightarrow P_s = \frac{4\pi}{\Omega} P_{//}$



$$P = \frac{4\pi}{\Omega} P_{Laser}$$

$$I = \frac{P}{S} = \frac{4\pi P_{Laser}}{\Omega 4\pi R^2} = \frac{P_{Laser}}{\Omega R^2} \quad \text{et} \quad \Omega = 2\pi(1-\cos\theta)$$

opt 5

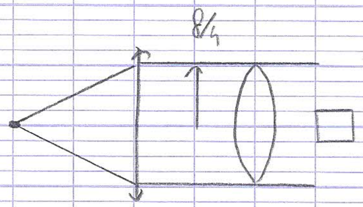
θ petit $\Rightarrow \cos\theta \simeq 1 - \theta^2/2 \Rightarrow \Omega = 2\pi\,[1-(1-\theta^2/2)]$
$\simeq \pi\theta^2$

$\Rightarrow \Omega \simeq \pi \tan^2\theta \simeq \pi\left(\frac{R_1^2}{d_1^2}\right) = \frac{S_1}{d_1^2}$

$$I = \frac{d_1^2 P_{Laser}}{R^2 S_1} = \frac{(10^{-2})^2 \times 25 \cdot 10^{-3}}{5^2 \times 10^{10}} = \frac{10^{-7}}{10^{-6}} = 0{,}1\ W \cdot m^{-2}$$

Exercice 8

1)



$I = \frac{i}{k\sigma}$, $P_{faisceau} = I \cdot S = \frac{i}{k\sigma}\pi\frac{d^2}{16}$

$$P_{Laser} = P_{faisceau} \times \frac{4\pi}{\Omega} = \frac{4\pi\, i\pi\, d^2}{k\sigma\, 16\, 2\pi(1-\cos\theta)}$$

$$P_{Laser} = \frac{i\pi d^2}{8k\sigma(1-\cos\theta)}$$ or $\tan\theta = 1/4 \Rightarrow \theta = 14°$

$= 10{,}6\ mW$

2) $I(2d) = \frac{P_{source}}{\cancel{2d}\,\Sigma} = \frac{P_{source}}{4\pi(2d)^2}$

$= \frac{P_{source}}{16\pi d^2}$

$P'_{(reçue)} = I(2d) \times \sigma$

$i' = k\sigma\, I(2d)$

$\cancel{= 0{,}5 \times 0{,}5 \times 10^{-6} \times 10{,}6 \cdot 10^{-3}}$

$= \frac{k\sigma\, P_{source}}{16\pi d^2} = 33\ mA$

Chapitre 2

Exercice 2 : interféromètre de Rayleigh

1) voir schéma

2) $\delta_{2/1} = \delta_2 - \delta_1 = \ell(n_2 - n_1)$

$\varphi_{2/1} = \frac{2\pi}{\lambda_0} \ell (n_2 - n_1)$

3) Interférences de deux ondes monochromatiques totalement cohérentes car issues de la même source séparés par division du front d'onde.

$$I(D) = I_1(D) + I_2(D) + 2\sqrt{I_1(\varphi) I_2(\varphi)} \cos \varphi_{2/1}(D)$$

avec $I_1(D) = I_2(D) = I_0$

donc $I(D) = 2I_0 (1 + \cos \varphi_{2/1}(D))$

$$= 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0} \ell (n_2 - n_1)\right)\right]$$

4) État initial : $n_1 = n_2 = n_0 \Rightarrow \varphi_{2/1}^{initial}(D) = 0$

$\Rightarrow I(D) = 4I_0 = I_{max}$

ordre d'interférence $p = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{\delta}{\lambda_0} = 0$

État final $\begin{cases} n_1 = n_0 \\ n_2 = n_{vide} = 1 \end{cases}$

$$I(D) = 2I_0 \left(1 + \cos \frac{2\pi}{\lambda_0}(1 - n_0)\right) = 0 = I_{min}$$

$\Rightarrow |p^{final}| = 268,5$

$$= \left| \frac{\ell(1 - n_0)}{\lambda_0} \right|$$

$n_0 = 1 + 268,5 \cdot \frac{\lambda_0}{\ell}$

$= 1,000293.$

6 cpt

Chapitre 3

Exercice 3 - Interféromètre de Young

1) a) $a \ll f_2'$ et $y \ll f_2'$

$\delta_{2/1} = S_2P - S_1P \simeq S_2H$

$\delta_{2/1} = a \sin\theta \simeq a \tan\theta \simeq \frac{ay}{f_2'}$

$\Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{\lambda_0} \frac{ay}{f_2'}$ $\quad n = 1$

b) Onde 1 : $\underline{E}_1(P) = E_0 e^{+i(\omega t - \varphi_1(P))}$

Onde 2 : $\underline{E}_2(P) = E_0 e^{+i(\omega t - \varphi_2(P))}$

En P : $\underline{E}_T(P) = \underline{E}_1(P) + \underline{E}_2(P)$

$= E_0 e^{i(\omega t - \varphi_1)} (1 + e^{-i(\varphi_2 - \varphi_1)})$

$i = j$ $\quad = E_0 e^{i(\omega t - \varphi_1)} (1 + e^{-j\varphi})$

$= E_0 e^{j(\omega t - \varphi_1)} e^{-j\varphi/2} (e^{j\varphi/2} + e^{-j\varphi/2})$

$= E_0 e^{j(\omega t - \varphi_1)} e^{-j\varphi/2} \, 2\cos\varphi/2$

et $I(P) = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 \underline{E}(P) \underline{E}^*(P)$

$= \frac{1}{2} c\varepsilon_0 4 E_0^2 \cos^2\frac{\varphi}{2}$

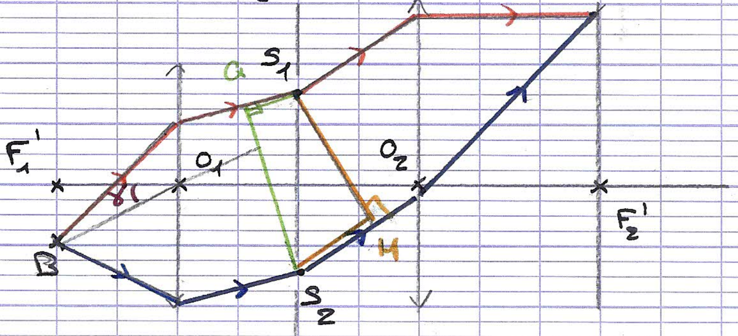
or $I_0 = \frac{1}{2} c\varepsilon_0 E_0^2$

$\Rightarrow I(P) = 4 I_0 \cos^2\frac{\varphi}{2}$

$= 2 I_0 (1 + \cos\varphi)$.

c) $p = \frac{\varphi}{2\pi} = \frac{a\,y(p)}{\lambda_0 f_2'} \Leftrightarrow y(p) = p \frac{\lambda_0 f_2'}{a} \Leftrightarrow y(10) = 5 \text{ mm}$

2) a)



$b \ll f_1'$

$a \ll f_2'$

$y \ll f_2'$

$\delta_{2/1} = S_2H - QS_1$

$\delta'_{2/1} = \frac{ay}{D_2} - \frac{ab}{-D_1}$

b) $I'(y) = 2I_0 \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} a \left(\frac{y}{D'_2} - \frac{b}{D'_1} \right) \right) \right]$

c) $i = \Delta y$ pour $\Delta p = 1$

$p = \frac{\varphi'}{2\pi} = \frac{a}{\lambda_0}\left(\frac{y_p}{D'_2} - \frac{\lambda}{D'_1} \right)$

$p + 1 = \frac{a}{\lambda_0}\left(\frac{y_{p+1}}{D'_2} - \frac{b}{D'_1} \right)$

$\Delta p = 1 = \frac{a}{\lambda_0}\left[\frac{y_{p+1}}{D'_2} - \frac{b}{D'_1} - \frac{y_p}{D'_2} + \frac{b}{D'_1} \right]$

$= \frac{a\Delta y}{\lambda D'_2} \Rightarrow i = \Delta y = \frac{\lambda D'_2}{a}$

Position de la frange centrale, frange telle que pour $\delta' = 0$

$\delta' = 0 = \frac{a y_0}{D'_2} - \frac{ab}{D'_1}$

$\Rightarrow y_0 = b\frac{D'_2}{D'_1} = 5\,mm$

3)a) On a deux sources incohérentes

$I''(y) = I(y) + I'(y)$

$I''(y) = 2I_0 \left\{ 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} \frac{ay}{D'_2} \right) + 1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} a \left(\frac{y}{D'_2} - \frac{b}{D'_1} \right) \right) \right\}$

or $\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$

$\Rightarrow I''(y) = 4I_0 \left\{ 1 + \cos\left(\frac{\pi ab}{\lambda D'_1} \right) \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} a \left(\frac{y}{D'_2} - \frac{b}{2D'_1} \right) \right) \right\}$

On obtient $I''(y) = 4I_0 \left\{ 1 + V\cos\left[\frac{2\pi}{\lambda} a \left(\frac{y}{D'_2} - \frac{b}{2D'_1} \right) \right] \right\}$

avec $V = \cos\left(\frac{\pi ab}{\lambda D'_1} \right)$ facteur de visibilité des franges.

Avec les deux sources les deux système de franges se recouvrent. La figure d'interférence dépend de V fixé par les paramètres du montage.
Ce système présentera des franges brillantes quand cosinus = 1 avec une intensité $I''_{max}(y) = 4I_0(1+V)$ et des franges sombre quand cosinus = ~~0~~ -1 avec $I''_{min} = 4I_0(1-V)$.

Contraste : $\dfrac{I''_{max} - I''_{min}}{I''_{max} + I''_{min}} = \dfrac{8I_0 V}{8I_0} = V$.

b) Les franges disparaissent si $V = 0 \Leftrightarrow \cos\left(\dfrac{\pi a b}{\lambda f_1'}\right) = 0$

$\Rightarrow \dfrac{\pi a b}{\lambda f_1'} = (2q+1)\dfrac{\pi}{2}$ q entier $\Rightarrow$ ~~b/=λ(2q+1)~~

$\Rightarrow b = (2q+1)\dfrac{\lambda f_1'}{2q}$

c) Michelson doit utiliser des distances a variables (écartement des trous de Young)

$\tan \alpha q = \dfrac{b}{f_1'} \simeq \alpha q$

$= \alpha q = (\cancel{2}q + 1/2)\dfrac{\lambda_0}{a}$

Exercice 7 - Interféromètre de Michelson

1) 2) $\delta_{2/1} = 2x$ (car $n = 1$)

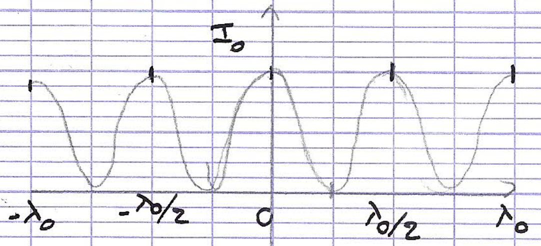
$$I = \frac{I_0}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}\delta_{2/1}\right)\right) = \frac{I_0}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_0}2x\right)\right)$$

en $x = 0$ (contact optique) $\Rightarrow I = I_{max} = I_0$

$I = I_{max} = I_0$ quand $\cos\left(\dfrac{2\pi}{\lambda_0}2x\right) = 1$

$\Rightarrow \dfrac{2\pi}{\lambda_0} 2x_k = 2k\pi$

$x_k = k \dfrac{\lambda_0}{2}$



~~$\Delta x = 2\mu m$~~ $\qquad 2\mu m = k\,\lambda/2$

~~$\Delta\delta = 4\mu m = 8\lambda$~~ $\qquad 4\mu m = k\,0{,}5\,\mu m$

$\rightarrow$ ~~16~~ 8 minimum défilent

$p = \dfrac{\delta}{\lambda} = \dfrac{2x}{\lambda} = \dfrac{2\times 5}{5.10^{-4}} = 20\ 000$ ordre d'interférence.

en $x = 0{,}5$ cm

p entier donc $I(x = 0{,}5\text{ cm}) = I_{max} = I_0$

3) a) Voir cours $\delta = 2x\cos(\alpha)$ (distance entre S_1' et S_2')

b) $\delta = 2x\left(1 - \dfrac{\alpha^2}{2}\right)$ or $\tan\alpha = \dfrac{r}{f'} \sim \alpha$

$= 2x\left(1 - \dfrac{r^2}{2f'^2}\right)$

c) $I(r) = \dfrac{I_0}{2}\left\{1 + \cos\left[\dfrac{2\pi}{\lambda_0} 2x\left(1 - \dfrac{r^2}{2f'^2}\right)\right]\right\}$

d) Ordre d'interférence $p = \dfrac{\delta}{\lambda_0} = \dfrac{2x}{\lambda}\left(1 - \dfrac{r^2}{2f'^2}\right)$

<u>à x fixé</u>, $p(r) = cte \Rightarrow r = cte$

$\theta = cte$

donc les franges sont des anneaux de centre F'

on a une sucession d'anneau noir et brillants

Au centre de l'écran, donc en F', en $r = 0$,

donc $p_0 = \dfrac{2x}{\lambda} = 20\ 000$

Donc en F', l'ordre d'interférence est entier

L'intensité est maximale donc $I(r=0) = I$

8 cpt

L'intensité est maximale donc $I(r=0) = I_0$
centre brillant.

$p(r_1) = p_0 - 1$

$$p(r) = \frac{2x}{\lambda_0} - x\frac{r^2}{\lambda f'^2} = p_0 - r^2\frac{x}{\lambda f'^2}$$

$$p(r_1) = p_0 - r_1^2\frac{x}{\lambda_0 f'^2}$$

$$r_1 = f'\sqrt{\frac{\lambda}{x}}$$

g) Quand x diminue on a p qui ~~augmente~~ diminue donc les les anneaux brillant se déplacent et r augmente

le m-ième anneaux brillant

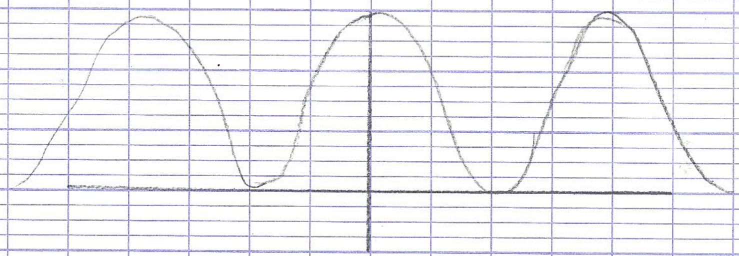
$$p_m = p_0 - m = p_0 - x\frac{r_m^2}{\lambda f'^2}$$

$$\Rightarrow r_m = f'\sqrt{m}\sqrt{\frac{\lambda}{x}} \qquad r_m \propto \frac{1}{\sqrt{x}}$$

Exercice 8 - Interféromètre de Michelson en lumière polychromatique

1) a) Voir cours

b) $I(m) = \frac{I_s}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}2x\right)\right)$ car $m=1$



c) Le 1000 minimum correspond à $p = 1000 - 1/2$

comme $p = \frac{\delta}{\lambda} = \frac{2x}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{2x}{p} = 0,6327564$ µm

$\Delta\lambda = \frac{\Delta x}{x} = 2.10^{-5}$ µm

autre méthode $\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda} 2x\right) = -1$

$\frac{2\pi}{\lambda} 2x = (2k+1)\pi \qquad k = 999,5$

$\lambda = 0,63248$ µm.

d) État initial $\varphi_{2/1}^{vide} = \frac{2\pi}{\lambda} 2x$

final $\varphi_{2/1}^{air} = \frac{2\pi}{\lambda} 2nx$

et $\Delta\varphi = \varphi_{2/1}^{air} - \varphi_{2/1}^{vide} = 2\pi$

$\Rightarrow -\frac{2x}{\lambda} + \frac{2nx}{\lambda} = 1$

$n - 1 = \frac{\lambda}{2x} = 2.10^{-3}$

$n = 1,002$

2) $I'(x) = I(x, \lambda_1) + I(x, \lambda_2)$

$= \frac{I_S}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1} 2x\right)\right) + \frac{I_S}{2}\left(1 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2} 2x\right)\right)$

$= \frac{I_S}{2}\left\{2 + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_1} 2x\right) + \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda_2} 2x\right)\right\}$

$= \frac{I_S}{\cancel{2}}\left\{1 + \cos[2\pi(\sigma_1 - \sigma_2)] \cos[2\pi(\sigma_1 + \sigma_2)]\right\}$

En général $\sigma_1 - \sigma_2 \ll \sigma_1 + \sigma_2$, donc la période du 1er cos est beaucoup plus grande que celle du 2ème

$$I_+ = \frac{1}{\sigma_1+\sigma_2} \qquad I_- = \frac{1}{\sigma_1+\sigma_2}$$

Tracer $1+\cos(x(a+b))\cos(x(a-b))$ sur geogebra

$a = -4,4$

$b = 5$

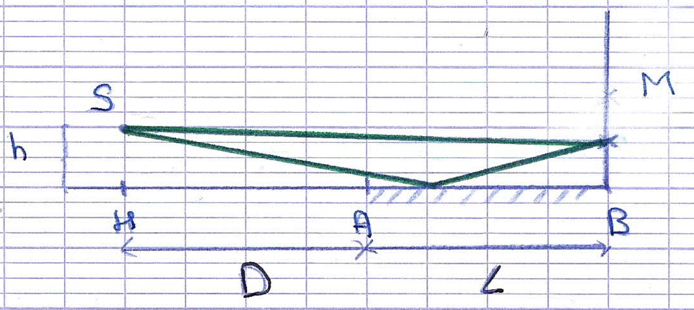
$$\Delta\lambda = 6328 \times \frac{1}{15882,8} = 0,4\,\text{Å}$$

$$\Delta x = X = \frac{1}{2(\sigma_1-\sigma_2)}$$

$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{1}{2\Delta x} = \Delta\sigma = 1\,\text{cm}^{-1}$$

$$\sigma = \frac{1}{\lambda} \Rightarrow d\lambda = -\frac{d\sigma}{\sigma^2} \Rightarrow \Delta\lambda = \frac{\Delta\sigma}{\sigma^2}$$

Exercice 4 : Miroir de Lloyd



Dispositif équivalent à des trou de Young avec 2 sources S et S' telle que $SS' = 2h$ et un écran face à distance $\{D+L\}$

Trous Young $S_1S_2 = a$ et D : $\delta \simeq \frac{ay}{D}$ $\begin{cases} a \ll D \\ y \ll D \end{cases}$

Miroir Lloyd $\quad \delta = \frac{2hy}{D+L}$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \frac{4\pi h y}{\lambda(D+L)}$$

Déphasage de π à la reflexion $\quad \varphi = \frac{4\pi h y}{\lambda(D+L)} + \pi$

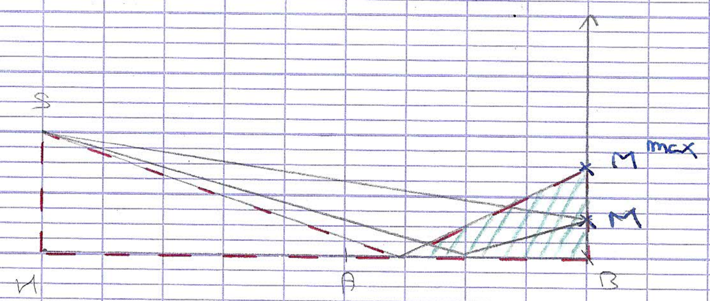
"$\varphi = \pi$" $\Rightarrow \delta = \frac{\lambda}{2}$

$$\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\delta = \pi \Rightarrow \delta = \frac{\lambda}{2}$$

$$\delta = \frac{2hy}{DL} + \frac{\lambda}{2}$$

Interférence ~~des~~ de deux ondes cohérentes de même intensité I_0, alors

$$I(y) = 2I_0\left\{1 - \cos\left(\frac{4\pi h y}{\lambda(D+L)}\right)\right\}$$



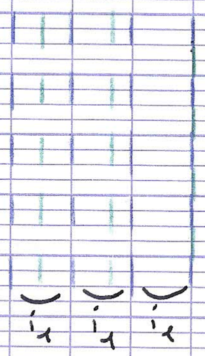
$\lambda = 546$ mm
$h < D$
$h < L$
$y \ll L$ et D

Champ d'interférence $\quad y_{max} = \frac{L}{D} h = 0,5$ mm

$$i = \frac{\lambda(D+L)}{2h} = 0,0819 \text{ mm}$$

$N = \frac{y_{max}}{i} = 6,105$ $\begin{cases} 6 \text{ franges brillantes} \\ 7 \text{ franges sombres} \end{cases}$

$$i_1 = \frac{\lambda(D+L)}{2h_1} \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{\lambda(D+L)}{2h_2}$$



$h_2 > h_1 \qquad i_2 < i_1$

$$9 i_1 = (9 + 1/2) i_2$$

$$9 \frac{\lambda(D+L)}{2h_1} = (9 + 1/2)\frac{\lambda(D+L)}{2h_2}$$

$$h_2 = \frac{19}{18} h_1$$

$$9 i_1 = (p + 1/2)\, i_2 = (2p+1)\,\frac{i_2}{2} + \frac{9}{h_1} = (p + \frac{1}{2})\,\frac{1}{h_2}$$

$$= (2p+1)\,\frac{1}{2h_2}$$

$$h_2 = \left(\frac{2p+1}{18}\right) h_1 \Rightarrow \Delta h = \left(\frac{2p+1}{18}\right) h_2 - h_1$$

$$p = 9$$

$$I^T = I_1(h_1) + I_2(h_2) = 2I_0 \left(1 - \cos\left(\frac{4\pi k_1 y}{\lambda(D+L)}\right)\right) + 2I_0\left(1 - \cos \frac{4\pi k_2 y}{\lambda(D+L)}\right)$$

$$= 2I_0 \left\{ 2 - \left[\cos\left(\frac{4\pi k_1 y}{\lambda(D+L)}\right)\right.\right.$$