

## Première partie

# Grands principes de l'optique géométrique

## 1 Principe de Fermat

**Énoncé.** *Le chemin emprunté par la lumière pour aller d'un point à un autre est celui pour lequel le temps de parcours est minimum*

### Conséquences

- Milieu transparent homogène = propagation rectiligne
- Rayon lumineux = droite représentant la trajectoire de la lumière

Dans un milieu transparent autre que le vide :  $v = \frac{c}{n}$  où  $n$  est l'indice de réfraction<sup>1</sup> du milieu.

### Loi de Cauchy

L'indice de réfraction dépend de la longueur d'onde de la lumière se propageant dans le milieu<sup>2</sup>.

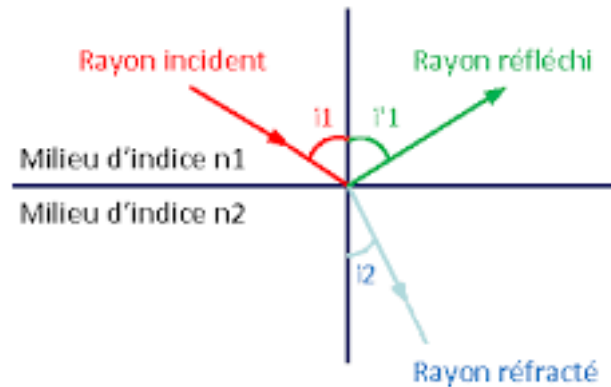
$$n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$$

## 2 Loi de Snell-Descartes

**Énoncé 1.** *Les rayons réfractés, réfléchis sont dans le plan d'incidence*

**Énoncé 2.**  $i_1 = -i'_1$

**Énoncé 3.**  $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$



Cas général  
Lois de Snell-Descartes  
 $n_1 \sin(i_1) = n_2 \sin(i_2)$

### Remarques

- Si les deux indices sont positifs alors le rayon réfracté et incident sont de part et d'autre de la normale.
- $n_1 > n_2$  le rayon s'écarte de la normale.
- $n_1 < n_2$  le rayon se rapproche de la normale.
- Si l'angle est petit on a la Loi de Kepler :  $n_1 i_1 = n_2 i_2$
- Principe de retour inverse de la lumière.

1. Plus l'indice de réfraction est élevé plus le milieu est réfringent

2. Dispersion : décomposition de la lumière en ses différentes couleurs

### 3 Réfraction limite, réflexion totale (cas limites, conséquences de la 3ème loi de Snell)

#### Réfraction limite

Pour  $i_1 = 0^\circ \Rightarrow i_2 = 0^\circ$

Pour  $0^\circ < i_1 < 90^\circ \Rightarrow 0^\circ < i_2 < i_1$

Pour  $i_1 = 90^\circ \Rightarrow \sin i_1 = \frac{n_2}{n_1}$

#### Réfraction totale

Pour  $i_1 = 0^\circ \Rightarrow i_2 = 0^\circ$

Pour  $0^\circ < i_1 < 90^\circ \Rightarrow i_2 > i_1$

Pour  $i_2 = 90^\circ \Rightarrow \sin(i_R) = \frac{n_2}{n_1} < 1$

Pour  $i_1 > i_R \Rightarrow$  Rayon totalement réfléchi.

### 4 lame à faces parallèles

— Si  $n_1 \neq n_3$  la déviation ne dépend pas de  $n_2$ , on a  $n_1 \sin(i_1) = n_3 \sin(i_3)$

— Si  $n_1 = n_3$  le rayon émerge de manière parallèle mais décalé de  $\frac{e}{\cos i_2} \sin(i_1 - i_2)$

## Deuxième partie

# Prisme

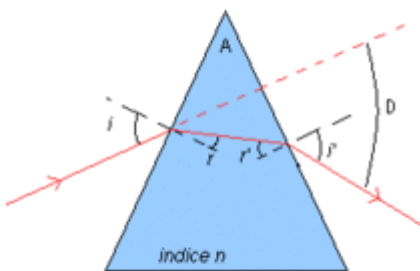
### 1 Définitions

Prisme : milieu transparent d'indice de réfraction  $n$  limité par deux faces planes formant un dièdre.

On assimile le prisme à un **plan perpendiculaire triangulaire**.

**Dispersion** : Décomposition de la lumière en ses différentes longueurs d'ondes.

### 2 Marche d'un rayon dans une section principale du prisme, formules du prisme



Face de sortie :  $n \sin(r') = \sin(i')$

$A = r + r'$

$D = i + i' - A$

Face d'entrée :  $\sin(i) = n \sin(r)$

### 3 Conditions d'émergence du rayon

Il faut que :  $2 \cdot i \cdot r > A$  et que  $i > i_0 \Leftrightarrow \sin(i_0) = n \sin(A - i_R)$

### 4 Minimum de déviation

Angle d'incidence  $i$  compris entre  $i_0$  et  $\pi/2$ , ce minimum se produit quand  $i = i'$  donc  $n = \frac{A+D_n}{\sin \frac{A}{2}}$

## 5 Dispersion

Rappel de la loi de Cauchy :  $n(\lambda) = A + \frac{B}{\lambda^2}$ .

Le prisme décompose la lumière blanche en ses composantes.

Raisonnement sur bleu et rouge :

$$\lambda_R > \lambda_B \Rightarrow n_R < n_B$$

$$\text{Faces d'entrée : } \sin(i) = n_R \sin r_r = n_B \sin r_B$$

$\Rightarrow r_r > r_B$  Donc décomposition de la lumière !

### Troisième partie

## Image et stigmatisme

### 6 Image et stigmatisme

#### Objet lumineux

Un objet lumineux est l'ensemble de points émettant chacun un faisceau de rayons. L'image d'un objet par un IO doit être semblable à l'objet, il existe donc un rapport de similitude  $\gamma$ .

Dans une situation idéale si tous les rayons d'un même point A de l'objet convergent en un point A' unique alors l'IO est rigoureusement stigmatique.

On différencie alors :

**Point objet** : il émet les rayons incidents sur l'IO.

**Point image** : les rayons émergent de l'IO y converge.

### 7 Stigmatisme approché, conditions de Gauss

#### Conditions de Gauss

- Si l'objet est plan, perpendiculaire à l'axe du système et de petite dimension.
- Si l'ensemble des rayons émis par chaque points de l'objet constitue un faisceau peu ouvert. (rayons paraxiaux).

#### Cas d'un objet AB étendu et perpendiculaire à l'axe du système

- Même raisonnement que pour un objet ponctuel en considérant chaque extrémité de l'objet.
- A'B' est également plane et perpendiculaire à l'axe dans les conditions de Gauss.

### 8 Image réelle, image virtuelle

Les points de convergence peuvent être, réel si les deux rayons passent effectivement par ce point ou virtuel s'il faut prolonger les rayons émergents. On peut appliquer la même distinction aux rayons incidents de plus un point peut servir d'objet et d'image dans une successions d'IO.

### Quatrième partie

## Miroirs plans

Un miroir réfléchit totalement la lumière pour tout angle d'incidence du rayon considéré. L'image de chaque point est symétrique, de plus  $\gamma = 1$ .

Ainsi un miroir plan fait d'un objet réel une image virtuelle et d'un objet virtuelle une image réelle. Les objets et images sont symétriques l'un de l'autre par rapport au plan du miroir.

## Cinquième partie

# Dioptres plans

On a la relation de conjugaison suivante :  $\frac{n}{SA} = \frac{n'}{SA'}$

### Remarques

Les positions des points A et A' sont du même côté du DP de plus si l'un est réel l'autre est virtuel. Si les conditions de Gauss ne sont pas respectés alors nous pouvons observer une tache lumineuse.

## Sixième partie

# Lentilles minces

### 9 Définition

Une lentille sphérique est un système **centré** autour de l'axe optique. On caractérise une lentille par le **centre C**, le **sommet S** et son **rayon de courbure R**.

$$R = \overline{SC}$$

Une lentille est mince si :

- $e = S_1S_2$
- $e \ll S_1C_1$
- $e \ll C_1C_2$

### 10 Foyers et plans focaux

Une lentille **convergente** provoque des **foyers réels** alors qu'une lentille **divergente** provoque des **foyers virtuels**. On définit la distance focale **objet** par  $f = \overline{OF}$  et la distance focale **image** par  $f' = \overline{OF'}$  ainsi  $f' = -f$ . Si  $f' > 0 \Rightarrow$  lentille convergente. Si  $f' < 0$  lentille divergente.

### 11 Plans focaux

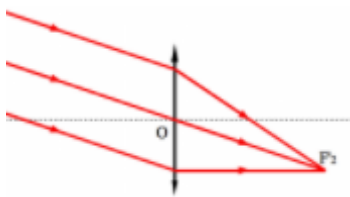


FIGURE 1 – Foyer secondaire lentille convergente

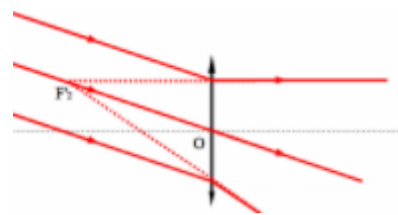


FIGURE 2 – Foyer secondaire lentille divergente

### 12 Relations de conjugaison et de grandissement

Newton

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = f f' = f^2$$

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = -\frac{\overline{F'A'}}{f'}$$

## Descartes

$$(f' + \overline{OA})(-f' + \overline{OA'}) = -f'^2$$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{\overline{OF'}}$$

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

## 13 Vergence d'une lentille et retour sur la classification

La vergence caractérise la déviation que subit un rayon lumineux. Ainsi  $V = \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$   
Lorsque deux lentilles sont accolées on a :  $V = V_1 + V_2$

## 14 Associations de lentilles minces (non accolées)

On définit l'intervalle optique de l'association par  $\Delta = \overline{F'_1 F_2}$ . Il vient donc

$$\overline{F_1 F} = -\frac{f_1'^2}{\Delta}$$

$$\overline{F'_2 F'} = \frac{f_2'^2}{\Delta}$$

On définit les distances focales objet et image par  $f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} = -f$ . En vient la formule de Gullstrand

$$V = V_1 + V_2 - \frac{e}{f_1' f_2'}$$

## Septième partie

# Oeil et vision

## 15 L'accomodation

Pour avoir une image nette il faut que la distance focale  $f'$  du cristallin varie pour que l'image  $A'$  se forme sur la rétine quelle que soit la position de l'objet  $A$

$$\frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} = \frac{1}{f'} = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Pour un oeil emmétrope :

**Oeil au repos** : Vision nette à une distance  $D_M$  (infinie), c'est le **punctum remotum**.

**Fatigue maximale** : Vision nette à une distance  $D_m$  (20 cm), c'est le **punctum proximum**.

## 16 Equation de la vision

Soit  $A$  un objet situé à la distance  $D$  de l'oeil, on pose  $\frac{1}{f'} = C$  et  $\frac{1}{\overline{OA'}} = \frac{1}{K}$

$$C - \frac{1}{K} = K$$

**Oeil au repos** :  $C_0 - \frac{1}{D_M} = K$

$$\text{Accommodation maximale : } C_0 + \Delta C - \frac{1}{D_M} = K$$

Avec l'amplitude dioptrique  $\Delta C$

$$\Delta c = \frac{1}{D_m} - \frac{1}{D_M}$$

## 17 Les défauts optiques de l'oeil

### 17.1 Myope

Au repos  $F'$  est situé devant la rétine, ainsi le PR est à distance finie et les objets lointains sont flous, le PP est situé plus près de l'oeil. Pour le corriger il faut ajouter une lentille divergente de focale  $f'_1 = -D_M$  ainsi le PR est corrigé et le PP aussi.

### 17.2 Hypermétrope

Au repos  $F'$  est situé derrière la rétine, ainsi le PR est virtuel et le PP est plus loin de l'oeil. Pour le corriger il faut accoler une lentille convergente de distance focale  $f'_1 = -D_M$  ainsi le PR est corrigé et le PP aussi.

### 17.3 Presbytie

Avec l'âge l'amplitude dioptrique, le PR reste à l'infini mais le PP s'éloigne progressivement. Corrections par des verres convergents (verres progressif).

### 17.4 L'astigmatisme

La cornée n'est pas parfaitement sphérique, il n'y a pas de mise au point simultanée possible sur les lignes verticales et horizontales.

## 18 Pouvoir séparateur et pouvoir de résolution

Le **pouvoir séparateur**  $\epsilon$  est la plus petite distance angulaire séparant 2 points dont les images sont distinctes.

Les points  $A$  et  $B$  sont résolus si  $\alpha = \frac{AB}{D} > \epsilon$ .

Avec  $\frac{1}{\epsilon}$  l'acuité visuelle.

Le **pouvoir de résolution**  $AB_{min}$  est la plus petite distance entre 2 points résolus.

$$AB_{min} = \epsilon \cdot D_m$$

## Huitième partie

# Instruments d'optiques

## 19 Introduction

Il y a deux types d'IO : **objectifs** (image réelle sur un écran) et **oculaires** (image virtuelle rejetée à l'infini).

**Grossissement** : Grandeur de l'image par rapport à celle de l'objet.

**Champ** : Portion de l'espace vue à travers l'IO.

**Pouvoir séparateur** : Distance angulaire entre les deux points les plus proches dont l'IO donne deux images distinctes.

**Clarté** : Rendement photométrique.

## 20 La loupe

### 20.1 Principe

La loupe est une lentille convergente de quelques cm de distance focale. L'image doit être agrandie et droite donc l'objet  $AB$  doit être placé entre le foyer objet  $F$  et le centre optique  $O$

### 20.2 Puissance et grossissement

$$P = \frac{\alpha'}{AB} = \frac{1}{f'}$$

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = PD$$

On définit le grossissement commercial basé sur  $D_m = 25\text{cm}$

$$G_c = P_i D_m = \frac{P_i}{4}$$

On définit la latitude de mise au point pour la loupe

$$l = \overline{A_R A_P} = \frac{f'^2}{D_m}$$

## 21 Le microscope

Même fonctionnement que la loupe mais avec un grossissement nettement supérieur.

$$P = -\frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_2} \cdot \frac{1}{\overline{AB}} = -\frac{\gamma_1}{f'_2}$$

$$P = -\frac{\Delta}{f'_1} f'_0$$

$$G = -\frac{\overline{A_1 B_1}}{f'_2} \cdot \frac{d}{-\overline{AB}}$$

$$G = \gamma_1 G_2$$

$$l = \overline{A_R \cdot A_P} = \frac{f_2'^2}{D_m}$$

## 22 La lunette astronomique

Objet infini, réel, très gros mais très loin donc très faible hauteur angulaire  $\alpha$

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = -\frac{f'_1}{f'_2}$$

## 23 La lunette terrestre

Avec une lunette astronomique on perçoit l'image à l'envers, pour l'utiliser sur terre il faut donc insérer un montage pour le renverser.