<u>Outils Mathématiques – Calcul Intégral</u>

Intégrales Triples

IT3

Coordonnées cylindrq $\Rightarrow \begin{cases} x = \rho\cos(\varphi) \\ y = \rho\sin\varphi \\ z \end{cases} \Rightarrow \begin{matrix} \mu(x^2+y^2) & \rightarrow & \mu\rho^2 \\ dV = dxdydz & & \rho\, d\rho\, d\varphi\, dz \end{matrix}$

E' $\begin{cases} \rho\in[0,R] \\ \varphi\in[0,2\pi] \\ z\in[0,h] \end{cases}$ $\quad I_{0z} = \iiint_E \mu(x^2+y^2)dxdydz = \mu\int_0^h dz\int_0^{2\pi} d\varphi\int_0^R \rho^3 d\rho = \mu h 2\pi\frac{R^4}{4} = \mu\pi\frac{hR^4}{2}$

<u>Rmq</u> : $\quad M = \mu\times Volume = \mu\pi R^2 h \Rightarrow I_{0z} = \frac{MR^2}{2}$

IT4

- $\rho\propto C.m^{-3} \rightarrow a = \frac{\rho}{r_0-r} \propto \frac{C.m^{-3}}{m} \propto C.m^{-4}$
- $Q = \iiint_\Sigma dQ = \iiint_\Sigma \rho(r)dV = \iiint_\Sigma a(r_0-r)dV$

Coordonnées sphérq $\Rightarrow \quad dV = r^2\sin\theta\, dr\, d\theta\, d\varphi \quad ,\Sigma\begin{cases} r\in[0,r_0] \\ \theta\in[0,\pi] \\ \varphi\in[0,2\pi] \end{cases}$

- $Q = a\int_0^{2\pi} d\varphi\int_0^{\pi}\sin\theta\, d\theta\int_0^{r_0}(r_0-r)r^2 dr = a2\pi\,[-\cos\theta]_0^{\pi}\,[r_0\frac{r^3}{3}-\frac{r^4}{4}]_0^{r_0} = a2\pi 2(\frac{r_0^4}{3}-\frac{r_0^4}{4})$

  $Q = \frac{\pi a r_0^4}{3}$

Notes :
-q :-ique(s)
rmq : remarque(s)