Équations différentielles

I - Premier ordre

• Équations de Bernoulli : $y' + ay = b.y^m$

• On se ramène à une équa diff linéaire :

$$\frac{y'}{y^m} + a\frac{1}{y^{m-1}} = b$$

• On pose $z = \frac{1}{y^{m-1}}$ • $z' = (1-m)y^{-m}y'$

• On a $\left[\frac{1}{1-m} z' + az = b\right]$

• Équations de Riccati : $y' = ay^2 + by + c$

• On pose $y = y_0 + z$ avec y_0 une solution particulière

• On a $z' - (2ay_0 + b)z = az^2$ (Bernoulli)

• On trouve z puis y.

II - Second ordre $y'' + ay' + by = c$ $a, b = cte$

• Équation homogène $y'' + ay' + by = 0$

• équation caractéristiq $R^2 + aR + b = 0$

• Si $\Delta \neq 0$: $y_0(x) = C_- e^{R_- x} + C_+ e^{R_+ x}$

• Si $\Delta = 0$: $y_0(x) = C_1 e^{Rx} + C_2 x e^{Rx}$

• Équation particulière

• méthode de Lagrange $y_1 = e^{R_- x}$ $\left[\begin{array}{ll} \text{Si } \Delta \neq 0 & y_2 = e^{R_+ x} \\ \Delta = 0 & y_2 = xe^{Rx} \end{array}\right.$

• $\begin{cases} C_1' y_1 + C_2' y_2 = 0 \\ C_1' y_1' + C_2' y_2' = c \end{cases}$

- Formule de cramer : $C_1' = \dfrac{\begin{vmatrix} 0 & y_2 \\ C & y_2' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix}}$ ∧ $C_2' = \dfrac{\begin{vmatrix} y_1 & 0 \\ y_1' & C \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix}}$

- Il n'y a plus qu'à intégrer