

Équations différentielles

I - Premier ordre

• Équations de Bernoulli: $y' + ay = b \cdot y^m$

• On se ramène à une équation différentielle linéaire:

$$\frac{y'}{y^m} + a \frac{1}{y^{m-1}} = b$$

• On pose $z = \frac{1}{y^{m-1}} \rightarrow z' = (1-m) y^{-m} y'$

• On a $\frac{1}{1-m} z' + az = b$

• Équations de Riccati: $y' = ay^2 + by + c$

• On pose $y = y_0 + z$ avec y_0 une solution particulière

• On a $z' - (2ay_0 + b)z = az^2$ (Bernoulli)

• On trouve z puis y .

II - Second ordre $y'' + ay' + by = c$ $a, b, c \in \mathbb{C}$

• Équation homogène $y'' + ay' + by = 0$

• Équation caractéristique $r^2 + ar + b = 0$

• Si $\Delta \neq 0$: $y_0(x) = C_- e^{r_- x} + C_+ e^{r_+ x}$

• Si $\Delta = 0$: $y_0(x) = C_1 e^{rx} + C_2 x e^{rx}$

• Équation particulière

• méthode de Lagrange $y_1 = e^{rx}$
 $\begin{cases} \Delta \neq 0 & y_2 = e^{r_+ x} \\ \Delta = 0 & y_2 = x e^{rx} \end{cases}$

$$\begin{cases} C'_1 y_1 + C'_2 y_2 = 0 \\ C'_1 y'_1 + C'_2 y'_2 = c \end{cases}$$

• Formule de CRAMER : $C_1' = \frac{\begin{vmatrix} 0 & y_2 \\ c & y_2' \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix}}$ et $C_2' = \frac{\begin{vmatrix} y_1 & 0 \\ y_1' & c \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1' & y_2' \end{vmatrix}}$

• IP m'y a plus qu'à intégrer